**26)**

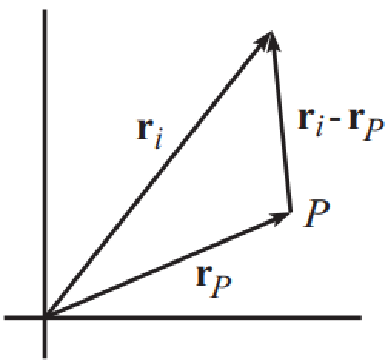
ვთქვათ მოცემული წერტილისათვის $\Sigma\tau = 0$. დავარქვათ ამ სხეულს ათვლის წერტილი (origin). თუ $F_i$ ძალა მოდებულია წერტილზე, რომლის კოორდინატია $r_i$, მაშინ ძალის მომენტი ტოლია:

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i$$

ხოლო თუ სხეულზე N რაოდენობის ძალაა მოდებული:

$$0 = \sum \boldsymbol{\tau}_{\text{origin}} = (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1) + (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) + \cdots + (\mathbf{r}_N \times \mathbf{F}_N)$$

ახლა განვიხილოთ ძალის მომენტი, რომელიც მოქმედებს რაიმე P წერტილზე, რომელიც იმყოფება სათავიდან $\overrightarrow{r_p}$ კოორდინატზე. მაშინ P წერტილის მიმართ $F_i$ ძალის მხარია $\vec{r}_i - \vec{r}_p$; იხილეთ ნახაზი:



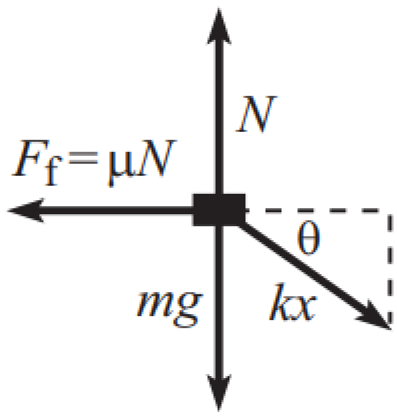

შედეგად, P წერტილის მიმართ ყველა ძალის მომენტის ვექტორული ჯამი ტოლია (გავიხსენოთ რომ $\Sigma F$ და $\Sigma\tau_{origin}$ ორივე ნულის ტოლია):

$$\begin{aligned}\sum \boldsymbol{\tau}_P &= (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_P) \times \mathbf{F}_1 + (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_P) \times \mathbf{F}_2 + \cdots + (\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_P) \times \mathbf{F}_N \\ &= (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1) + (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) + \cdots + (\mathbf{r}_N \times \mathbf{F}_N) \\ &\quad - \mathbf{r}_P \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_N) \\ &= \sum \boldsymbol{\tau}_{\text{origin}} - \mathbf{r}_P \times \left(\sum \mathbf{F}\right) \\ &= 0 - 0,\end{aligned}$$

ჩვენი დამტკიცება უფრო ზოგადი ხასიათისაა. კერძოდ, ჩვენ დავამტკიცეთ რომ თუ $\Sigma F = 0$ მაშინ $\Sigma\tau_p = \Sigma\tau_{origin}$ იმ შემთხვევაშიც კი, თუ ეს მნიშვნელობა ნულის ტოლი არ არის.

**27)**

ა) რადგანაც ვეძებთ ზამბარის მაქსიმალურ შეკუმშვას უნდა ველოდოთ, რომ უძრაობის ხახუნის ძალის მნიშვნელობა იქნება მაქსიმალური.




ზევით მოყვანილი ძალების დიაგრამის მიხედვით დავწეროთ წონასწორობის პირობები:

$$\sum F_x = 0 \quad \Longrightarrow \quad kx\cos\theta - \mu N = 0,$$
$$\sum F_y = 0 \quad \Longrightarrow \quad N - kx\sin\theta - mg = 0.$$

საიდანაც:

$$kx\cos\theta - \mu(kx\sin\theta + mg) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{\mu mg}{k(\cos\theta - \mu\sin\theta)}\,.$$

ბ)

თუ ა) კითხვაში მიღებული საბოლოო გამოსახულების მნიშვნელს წავიყვანთ ნულისაკენ, მაშინ ზამბარას შეკუმშვის სიდიდე წავა უსასრულობისკენ. ეს ნიშნავს რომ რაგინდ დიდი ზამბარა არ უნდა გვქონდეს და რაგინდ ძლიერად არ შევკუმშოთ იგი ბლოკი მაინც არ გასრიალდება. ამიტომ:

$$\cos\theta - \mu\sin\theta = 0$$

საიდანაც:

$$\theta = \arctan\,(1/\mu)$$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, რაგინდ დიდი ძალა არ უნდა გამოვიყენოთ ზამბარას საშუალებით ბლოკი მაინც არ გასრიალდება. ეს იმიტომ ხდება რომ ხახუნის ძალის

მაქსიმალური მნიშვნელობა ყოველთვის მეტი გამოვა ამ ძალის ჰორიზონტალურ მდგენელზე:

$$\mu N = \mu(kx\sin\theta + mg$$

28)

საწყის მომენტში ბურთულას სრული მექანიკური ენერგია ტოლია მისი კინეტიკური და ელექტროსტატიკურ ველში პოტენციური ენერგიების ჯამისა. ელ. პოტენციური ენეტრია ტოლია $-\phi_0 q$ სადაც $\phi = \frac{kq_0}{R}$ არის ველის პოტენციალი რგოლის ცენტრში (რგოლის მიერ შექმნილი). აქედან სრული მექანიკური ენერგია გამოდის:

$$W = \frac{mv_0^2}{2} - k\frac{qq_0}{R}$$

ელ. პოტენციური ენერგია უარყოფითია, რადგან რგოლი და ბურთულა ერთმანეთს მიიზიდავენ.

ა) თუ $v_0^2 > \frac{2kqq_0}{mR}$, ანუ თუ $W > 0$ ბურთულა წავა რგოლისაგან უსასრულოდ შორს. ამ დროს პოტენციური ენერგია ნულის ტოლი გახდება. ენერგიის შენახვის კანონით კი ამ დროს ბურთულას სიჩქარე იქნება:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2k\frac{qq_0}{Rm}}$$

ბ) თუ $v_0^2 = \frac{2kqq_0}{mR}$, ანუ თუ $W = 0$ ბურთულა წავა რგოლისაგან უსასრულოდ შორს. ამ დროს პოტენციური ენერგია ნულის ტოლი გახდება და ენერგიის შენახვის კანონით კინეტიკურიც ნულის ტოლი უნდა იყოს. ანუ ბურთულა უძრავი იქნება.

გ) თუ $v_0^2 < \frac{2kqq_0}{mR}$, ანუ თუ $W < 0$ ბურთულა შეასრულებს პერიოდულ მოძრაობებს (რხევებს) მოძრაობის წრფის გასწვრივ. გადაიხრება რგოლისაგან ხან ერთ მხარეს, ხან კი მეორე მხარეს. ამ დროს რგოლის ცენტრისაგან მაქსიმალური დაშორება r შეგვიძლია ვიპოვოთ ენერგიის მუდმივობის კანონით (იმ პირობით რომ მაქსიმალური გადახრის დროს

სხეულის სიჩქარე ნულის ტოლია):

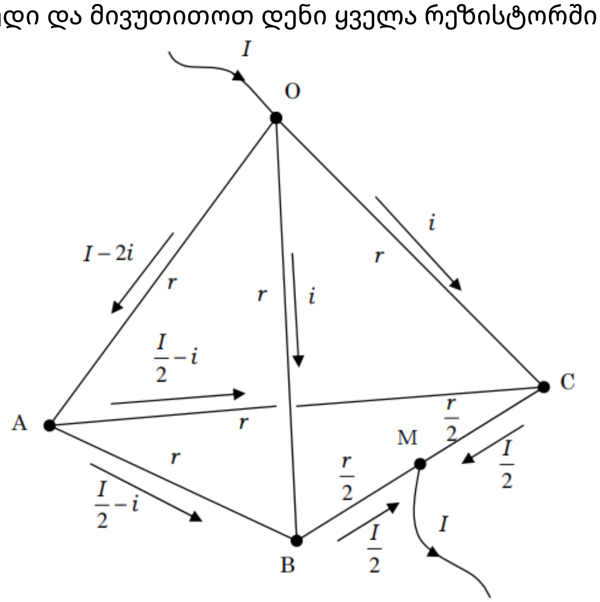
$$\frac{mv_0^2}{2} - k\frac{qq_0}{R} = -k\frac{qq_0}{\sqrt{R^2 + r^2}}.$$

$$r = R\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{mv_0R}{2kqq_0} - 1\right)^2 - 1}}.$$

ბურთულას სიჩქარე ამ დროს, ცხადია, ნულის ტოლი იქნება.

**29)**

BM და CM რეზისტორების წინაღობა იქნება r/2. კირხოფის პირველი კანონის თანახმად ორივეში უნდა გადიოდეს I/2 დენი (რათა ჯამში M წერტილიდან გამოდიოდეს I დენი). აქედან გამომდინარე B და C წერტილების პოტენციალები ტოლია. ანუ OB და OC რეზისტორებში გადის ერთნაირი დენი. დავარქვათ ამ დენს $i$. კირხოფის პირველი კანონის გამოყენებით გადავხაზოთ წრედი და მივუთითოთ დენი ყველა რეზისტორში:



ა) დავწეროთ კირხოფის მეორე კანონი OBA კონტურისათვის:

$$ri = r\left(\frac{I}{2} - i\right) + r(I - 2i) = r\left(\frac{3}{2}I - 3i\right),$$

$$\therefore\ i = \underline{\frac{3}{8}}I.$$

შესაბამისად დენები დანარჩენ რეზისტორებში იქნება:

$$\mathrm{O} \to \mathrm{C}:\ i = \underline{\frac{3}{8}I}, \quad \mathrm{O} \to \mathrm{A}:\ I - 2i = \underline{\frac{1}{4}I},$$

$$\mathrm{A} \to \mathrm{B}:\ \frac{I}{2} - i = \underline{\frac{1}{8}I}, \quad \mathrm{A} \to \mathrm{C}:\ \frac{I}{2} - i = \underline{\frac{1}{8}I},$$

$$\mathrm{B} \to \mathrm{M}:\ \underline{\frac{I}{2}}, \qquad \mathrm{C} \to \mathrm{M}:\ \underline{\frac{I}{2}}.$$

ბ) O-სა M წერტილებს შორის ძაბვა V შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

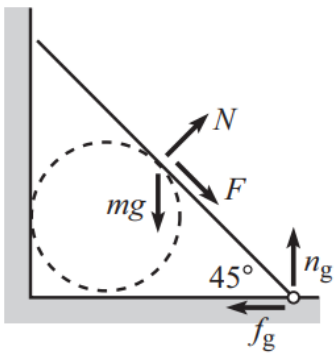
$$V = \frac{r}{2} \cdot \frac{I}{2} + ri = \frac{rI}{4} + r \cdot \frac{3}{8}I = \frac{5}{8}rI$$

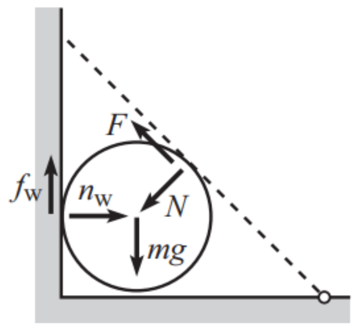
საიდანაც ექვივალენტური წინაღობა R ტოლი იქნება:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\frac{5}{8}rI}{I} = \underline{\frac{5}{8}r}$$

**30)**

ქვევით მოყვანილია ჯოხსა და ცინლინდრზე მოქმედი ძალების დიაგრამები:




თუმცა ყველა ძალის პოვნა არ დაგვჭირდება. ჩვენ უნდა ვიპოვოთ F, N და $f_w$ ხოლო შემდეგ გამოვიყენოთ $F < \mu N$ პირობა.
თუ ცილინდრის რადიუსია R მაშინ მისი ცენტრისადმი ბრუნვითი წონასწორობის პირობა გვაძლევს:

$$f_w R = F R \implies f_w = F.$$

თუ ჯოხის სიგრძეა $l$ მაშინ ბრუნვითი წონასწორობის პირობა ლურსმნის გარშემო გვაძლევს:

$$N \cdot \frac{\ell}{2} = mg \cdot \frac{\ell}{2} \cos 45^\circ \implies N = \frac{mg}{\sqrt{2}}.$$

ცილინდრისთვის ვერტიკალური ძალების ბალანსი გვაძლევს:

$$f_w + F \sin 45^\circ = mg + N \cos 45^\circ \implies F(1 + 1/\sqrt{2}) = mg(1 + 1/2)$$
$$\implies F = \frac{3mg}{2 + \sqrt{2}}.$$

რადგანაც F და N ვიპოვეთ, $F < \mu N$ პირობიდან გამომდინარეობს:

$$\frac{3mg}{2 + \sqrt{2}} \leq \mu \frac{mg}{\sqrt{2}} \implies \mu \geq \frac{3}{\sqrt{2} + 1} = 3(\sqrt{2} - 1) \approx 1.24.$$

შენიშვნა: დამატებითი სავარჯიშოს სახით შეგიძლიათ აჩვენოთ, რომ მინიმალური ხახუნის კოეფიციენტი კედელსა და ცილინდრს შორის უნდა იყოს:

$$3(2\sqrt{2} - 1)/7 \approx 0.78$$