

21)

რგოლისთვის წრფივი მუხტის სიმკვრივე იქნება:

$$\frac{q}{2\pi R}$$

კულონის კანონის მიხედვით რგოლის თითოეული მცირე მონაკვეთი, რომლის სიგრძეც იყოს  $\Delta s$ , მოქმედებს ბურთულაზე ძალით, რომელიც ტოლია:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \Delta s}{l^2}$$

ეს ძალა მიმართულია  $\Delta s$  მონაკვეთისა და ბურთულას შემაერთებელი მონაკვეთის გასწვრივ. შედეგად ბურთულაზე მოქმედი ჯამური ძალა იქნება მხოლოდ სიმეტრიის ღერძზე (ნახაზზე  $y$ -ღერძი). ამიტომ ბურთულაზე მოქმედი ჯამური ელექტრული ძალა ტოლი იქნება:

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi R} \frac{\cos \alpha}{l^2} ds = \frac{kq^2 \cos \alpha}{l^2}$$

ბურთულაზე მოქმედი ძალების დიაგრამიდან:

$$\frac{mg}{F} = \tan \alpha$$

$$\frac{mgl^2}{kq^2 \cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{mgl^2}{kq^2} = \sin \alpha$$

რადგანაც  $\sin \alpha = \frac{R}{l} \Rightarrow l = \sqrt[3]{\frac{kq^2 R}{mg}}$

22)

ცილინდრისა და ღერძის მასები ტოლია:

$$\pi a^2 l d$$

მთლიანი სისტემის მასა კი:

$$2\pi a^2 l d$$

გამოთავისუფლებული წყლის მოცულობაა:

$$(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) a^2 l$$

წონასწორობის დროს ამომდგები ძალა გამოთავისუფლებული წყლის წონის ტოლია, რომელიც თავის მხრივ ტივტივას წონის ტოლია. ამიტომ:

$$(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) a^2 l \rho g = 2\pi a^2 l d g$$

$$(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \rho = 2\pi d$$

$$(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{2d\pi}{\rho}$$

23)

მატარებლების კოორდინატების დროზე დამოკიდებულების განტოლებებია:

$$x_A = d + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{და} \quad x_B = v_0t - \frac{1}{2}at^2.$$

მათი დაჯახების შემთხვევაში კოორდინატები ერთმანეთს გაუტოლდება:

$$d + \frac{1}{2}at^2 = v_0t - \frac{1}{2}at^2 \implies at^2 - v_0t + d = 0$$
$$\implies t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 4ad}}{2a} .$$

მატარებლები ერთმანეთს მართლაც დაეჯახებიან, თუ კვადრატულ განტოლებას დროის მიმართ ექნება რეალური ამონახსნები. ანუ თუ  $v_0^2 > 4ad$ . რეალური დაჯახების დრო იქნებოდა „-“ პასუხი. ხოლო „+“ პასუხი შეესაბამება ისეთ სიტუაციას, როცა მატარებლები გაივლიან ერთმანეთში და B მატარებელი გაასწრებს A მატარებელს. შემდეგ კი A ისევ დაეწევა B-ს. ჩვენ გვინტერესებს ის შემთხვევა, როცა მატარებლები ერთმანეთს არ ეჯახებიან. ანუ კვადრატულ განტოლებას ამონახსნი არ უნდა ჰქონდეს. ეს მოხდება მაშინ, თუ  $v_0^2 < 4ad$ . შესაბამისად მაქსიმალური სიჩქარე, რომლის დროსაც მატარებლები არ ეჯახებიან ერთმანეთს არის:

$$v_0 = 2\sqrt{ad}$$

შენიშვნა: ამ სიჩქარის დროს მატარებლები უბრალოდ შეეხებიან ერთმანეთს და სემანტიკის საკითხია ამას დაჯახებას დავუძახებთ თუ არა.

24)

ა) ბორბლიდან მოწყვეტის მომენტში ტალახის ნაწილაკის სიმაღლე (მიწიდან) ტოლია:

$$R + R \sin \theta$$

ენერჯიის მუდმივობის კანონით, ამ დონიდან ათვლილი მისი მაქსიმალური სიმაღლეა:

$$h = (v \cos \theta)^2 / 2g$$

სრული სიმაღლე კი გამოდის:

$$H = R + R \sin \theta + \frac{v^2 \cos^2 \theta}{2g} .$$

მაქსიმუმის გასარკვევად მაქსიმალური სიმაღლის წარმოებული თეტა კუთხის მიმართ გავუტოლოთ ნულს:

$$R \cos \theta - \frac{v^2}{g} \sin \theta \cos \theta = 0.$$

მიღებულ განტოლებას აქვს ორი პასუხი. პირველია:

$$\cos \theta = 0 \implies \theta = \pi/2$$

ანუ ტალახი ბორბალს მოშორდა მის ზედა წვეროში, რაც ნიშნავს იმას, რომ მანამდე ტალახი კონტაქტშია ბორბალთან, ანუ მათ შორის ზედაპირის რეაქციის ძალა არ არის ნული ტოლი. ეს პასუხი სწორია იმ შემთხვევაში, თუ  $v^2 < gR$ . ძალების დიაგრამიდან შეგილიათ აჩვენოთ, რომ რეაქციის ძალა არანულოვანი იქნება იმ შემთხვევაში, თუ  $v^2 < gR$ . მაგრამ ჩვენი ამოცანის პირობებში  $v^2 > gR$ , ამიტომ ჩვენ გვაინტერესებს განტოლების მეორე პასუხი:

$$\sin \theta = \frac{gR}{v^2}$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ  $gR/v^2$  ნაკლებია ერთზე თუ  $v^2 > gR$ , ამიტომ ასეთი პასუხი მართლაც არსებობს.

ბ) წინა კითხვაში მიღებული პასუხის მიხედვით მაქსიმალური სიმაღლე გამოდის:

$$\begin{aligned} H_{\max} &= R + R \sin \theta + \frac{v^2}{2g} (1 - \sin^2 \theta) \\ &= R + R \left( \frac{gR}{v^2} \right) + \frac{v^2}{2g} \left( 1 - \left( \frac{gR}{v^2} \right)^2 \right) \\ &= R + \frac{gR^2}{2v^2} + \frac{v^2}{2g}. \end{aligned}$$

25)

a) დაფის თითოეულ პატარა მონაკვეთს გააჩნია რადიალური (ცენტრისკენული აჩქარება). მათზე მოქმედებს მილის შიდა ზედაპირი და ეს ძალა თითოეულ მონაკვეთს აწვება მილის ცენტრისაკენ. დაფს ტანგენციალური აჩქარება არ გააჩნია, რადგან იგი მუდმივი სიჩქარით მოძრაობს. ამიტომ დაფზე სხვა ძალა არ მოქმედებს. ნახაზის სიბრტყის მართობულად მოქმედი სიმძიმის ძალა და ზედაპირის რეაქციის ძალა ერთმანეთს აკომპენსირებენ, ამიტომ ამ ძალებს არ ვითვალისწინებთ. თითოეულ მონაკვეთზე მოქმედი ცენტრისკენ მიმართული ძალების ჰორიზონტალური კომპონენტები ერთმანეთს აბათილებენ, და საბოლოოდ რჩება მხოლოდ ქვევით მიმართული ძალა. ესეიგი ამ შემთხვევაში ტოქლმედი ძალა მიმართულია ქვევით (ნახაზის სიბრტყეში).

b) დაფის თითოეულ პატარა მონაკვეთს გააჩნია ტანგენციალური აჩქარება, რომელიც მილის მხების გასწვრივაა მიმართული. რადიალური აჩქარება დაფს არ გააჩნია, რადგან საწყის მომენტში სიჩქარე ნულის ტოლია. დარჩა მხოლოდ მილის მცირე მონაკვეთებზე მხების გასწვრივ მიმართული ძალები, რომელთა ვერტიკალური კომპონენტები ერთმანეთს აბათილებენ და საბოლოოდ რჩება მხოლოდ მარჯვნივ მიმართული ტოქლმედი ძალა (ფურცლის სიბრტყეში).