15)

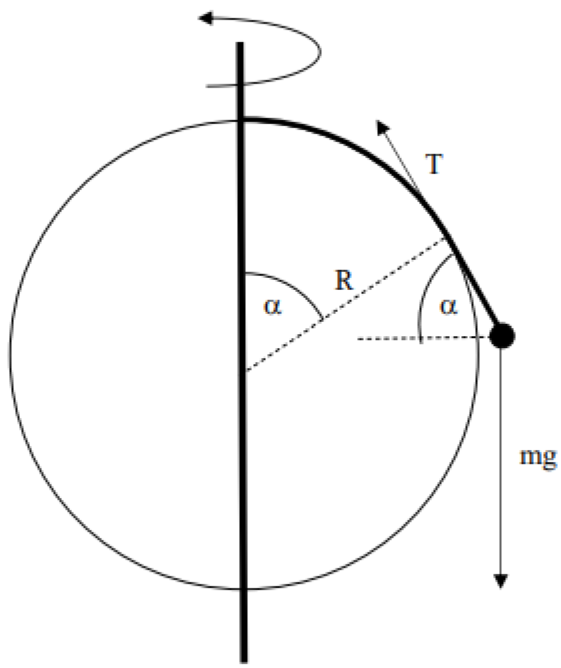
მოყვანილია ნახატი ძალების და კუთხეების მითითებით

ძაფის სიგრძეა $L = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi R}{2}$,

ძაფის სფეროზე დადებული ნაწილის სიგრძეა $L_1 = \frac{2}{3}L = \frac{\pi R}{3}$,

სფეროს მოშორებული ნაწილის სიგრძეა $L_2 = \frac{1}{3}L = \frac{\pi R}{6}$.

$$\alpha = \frac{L_1}{R} = \frac{\pi}{3} = 60°$$



ბურთულა მოძრაობს წრეწირზე, რომლის რადიუსია

$$r = R\sin\alpha + L_2\cos\alpha = \frac{R}{12}\left(6\sqrt{3} + \pi\right)$$

ნიუტონის კანონის გამოყენებით მიიღება, რომ $a = g \cdot \mathrm{ctg}\alpha = \frac{g\sqrt{3}}{3}$.

$a=\omega^2 r$ ფორმულის გამოყენებით მიიღება, რომ

$$R = \frac{4g\sqrt{3}}{\omega^2(6\sqrt{3}+\pi)}$$

16)

1) დამაგრებული მუხტი იყოს Q, ხოლო მძივის მარცვლის მუხტი იყოს q.

$$E_{პოტ} = mgx\sin\alpha + \frac{kQq}{x}$$

დამაგრებული მუხტიდან მინიმალურ და მაქსიმალურ მანძილზე მძივის მარცვლის სიჩქარეები ნულის ტოლია. ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად, გვაქვს

$$mgr\sin\alpha + \frac{kQq}{r} = mgR\sin\alpha + \frac{kQq}{R}$$

აქედან მიიღება, რომ $kQq = mgRr\sin\alpha$ და ამიტომ

$$E_{პოტ} = mgx\sin\alpha + \frac{mgRr\sin\alpha}{x} = mg\sin\alpha\left(x + \frac{Rr}{x}\right)$$

2) მძივის მარცვლის სიჩქარე მაქსიმალურია წონასწორობის მდებარეობის გავლისას.

$$mg\sin\alpha = \frac{kQq}{x^2}$$

$kQq = mgRr\sin\alpha$ შედეგის გათვალისწინებით მიიღება, რომ $x = \sqrt{Rr}$

3) ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად, გვაქვს

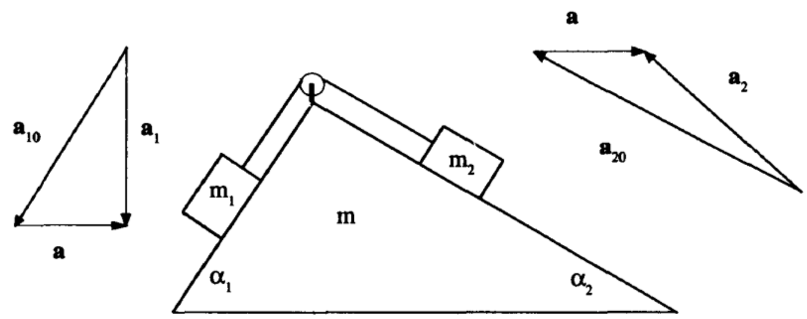
$$mg\sin\alpha(R+r) = mg\sin\alpha\left(\sqrt{Rr} + \frac{Rr}{\sqrt{Rr}}\right) + \frac{mv_{მაქს}^2}{2}$$

საიდანაც

$$v_{მაქს} = \sqrt{2g\sin\alpha\left(R - 2\sqrt{Rr} + r\right)} = \sqrt{2g\sin\alpha}\left(\sqrt{R} - \sqrt{r}\right)$$

17)

ჩავთვალოთ რომ m_1 ბლოკი მოძრაობს პლატფორმის მიმართ ქვევით. შესაბამისად m_2 მოძრაობს პლატფორმის მიმართ ზევით, ხოლო პლატფორმა მარჯვინ. ვთქვათ პლატფორმის აჩქარებაა a, m_1 ბლოკის აჩქარება პლატფორმის მიმართ არის a_{10}, ხოლო m_2 ბლოკის აჩქარება პლატფორმის მიმართ არის a_{20}.



რადგანაც ბლოკები მოძრაობენ ერთად (გადაბმულნი არიან):

$$|\ \vec{a}_{10}\ | = |\ \vec{a}_{20}\ | = a_0$$

უძრავად მყოფი დამკვირვებლისთვის m_1-სა და m_2-ს აქვთ a_1 და a_2 აჩქარებები:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_{10} + \vec{a}$$

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_{20} + \vec{a}$$

a -ს გეგმილი მარცხენა დახრილ სიბრტყეზე ტოლია $acos\alpha_1$ (მიმართულია ზევით), ხოლო a -ს გეგმილი მარჯვენა დახრილ სიბრტყეზე ტოლია $acos\alpha_2$ (მიმართულია ქვევით). უძრავი დამკვირვებლისთვის ბლოკების მოძრაობების განტოლებებია:

$$m_1 g \sin\alpha_1 - T = m_1(a_0 - a\cos\alpha_1)$$

$$T - m_2 g \sin\alpha_2 = m_2(a_0 - a\cos\alpha_2)$$

საიდანაც:

$$(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)g = (m_1 + m_2)a_0 + (m_1\cos\alpha_1 + m_2\cos\alpha_2)a$$

ვთქვათ გარკვეულ მომენტში ბლოკების სიჩქარეები პლატფორმის მიმართ არის v_0, ხოლო პლატფორმის სიჩქარე-v. მაშინ იმპულსის მუდმივობის კანონით:

$$m_1(v_0\cos\alpha_1 - v) + m_2(v_0\cos\alpha_2 - v) = mv$$

ხოლო თუ გავითვალისწინებთ რომ სხეულები თავიდან უძრავად იყვნენ:

$$m_1(a_0 \cos\alpha_1 - a) + m_2(a_0 \cos\alpha_2 - a) = ma$$

აქედან:

$$a = \left[\frac{m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2}{m_1 + m_2 + m}\right] a_0$$

ჩავსვათ მიღებული შედეგი უძრავი დამკვირვებლის მიერ დაწერილ მოძრაობის განტოლებაში და მივიღებთ:

$$a_0 = \left[\frac{(m_1 + m_2 + m)(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m_1 + m_2 + m) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)}\right] g$$

$$a = \left[\frac{(m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)}{(m_1 + m_2)(m_1 + m_2 + m) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)}\right] g$$

პლატფორმა წონასწორობაშია თუ $a = 0$. ამ შემთხვევაში a_0-იც ნულის ტოლი იქნება. ამიტომ:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$$

ეს არის პირობა იმისათვის, რათა როგორც პლატფორმა, ასევე ბლოკები იყვნენ წონასწორობაში.

18)

კალორიმეტრში ყინულის ჩადებისა და წონასწორობის დამყარების შემდეგ სამი შესაძლო ვარიანტი არსებობს:

a) კალორიმეტრში გვაქვს მხოლოდ ყინული

b) კალორიმეტრში გვაქვს წყალიც და ყინულიც, ხოლო საბოლოო ტემპერატურა ნულის ტოლია

c) კალორიმეტრში გვაქვს მხოლოდ წყალი რომლის ტემპერატურაც 0 გრადუს ცელსიუსზე მეტია.

ვარიანტი a) : გაცემული სითბოს რაოდენობა ტოლია მიღებული სითბოს რაოდენობისა.

$$c_3m_3(t_a - t_3) = (c_1m_1 + c_2m_2)(t_{12} - t_a) + m_2L$$

$$c_3m_3t_a - c_3m_3t_3 = c_1m_1t_{12} - c_1m_1t_a + c_2m_2t_{12} - c_2m_2t_a + m_2L$$

$$(c_1m_1 + c_2m_2 + c_3m_3)t_a = (c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} + c_3m_3t_3 + m_2L$$

$$t_a = \frac{(c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} + c_3m_3t_3 + m_2L}{c_1m_1 + c_2m_2 + c_3m_3}$$

აქ t_3 0 გრადუს ცელსიუსზე ნაკლებია. იმისათვის, რომ მიღებული საბოლოო ტემპერატურა უარყოფითი იყოს უნდა სრულდებოდეს პირობა:

$$(c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} + c_3m_3t_3 + m_2L < 0$$

$$(c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} < -c_3m_3t_3 - m_2L$$

ვარიანტი c): გაცემული სითბოს რაოდენობა ტოლია მიღებული სითბოს რაოდენობისა.

$$c_3m_3(0 - t_3) + m_2L + c_3m_3t_3 = (c_1m_1 + c_2m_2)(t_{12} - t_c)$$

$$-c_3m_3t_3 + m_3L + c_3m_3t_c = c_1m_1t_{12} - c_1m_1t_c + c_2m_2t_{12} - c_3m_3t_3 - m_3L$$

$$(c_1m_1 + c_2m_2 + c_3m_3)t_c = (c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} + c_3m_3t_3 - m_3L$$

$$t_c = \frac{(c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} + c_3m_3t_3 - m_3L}{c_1m_1 + c_2m_2 + c_3m_3}$$

იმისათვის, რომ მიღებული საბოლოო ტემპერატურა დადებითი იყოს უნდა სრულდებოდეს პირობა:

$$(c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} + c_3m_3t_3 - m_3L > 0$$

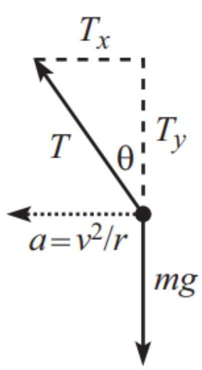
$$- c_3m_3t_3 + m_3L < (c_1m_1 + c_2m_2)t_{12}$$

ვარიანტი b) საბოლოო ტემპერატურა ნული გრადუს ცელსიუსის ტოლი იქნება. ამისათვის საჭირობა პირობა კი არის a) და c) ვარიანტების პირობების გაერთიანება:

$$- c_3m_3t_3 + m_3L < (c_1m_1 + c_2m_2)t_{12} < - c_3m_3t_3 - m_3L$$

19)

პირველ რიგში გავარკვიოთ სხეულის მოძრაობის სიჩქარე ძაფის გადაჭრის მომენტში:



საიდანაც:

$$T_y = mg$$

$$T_x = T_y \tan\theta = mg\tan\theta$$

სიჩქარე კი განვსაზღვროთ ცენტრისკენული აჩქარების მიმართ ნიუტონის მეორე კანონით:

$$T_x = \frac{mv^2}{r} \implies mg\tan\theta = \frac{mv^2}{\ell\sin\theta} \implies v = \sqrt{g\ell\sin\theta\tan\theta}.$$

თოკის გადაჭრის შემდეგ ამოცანა გარდაიქმნება ჰორიზონტისადმი ნულოვანი კუთხით გასროლილი სხეულის ამოცანად. სადაც საწყისი სიმაღლე ტოლია:

$$d = \ell - \ell \cos\theta$$

მაშინ ვარდნის დრო იქნება:

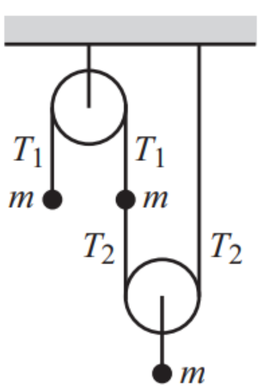
$$\frac{1}{2}gt^2 = \ell - \ell\cos\theta \implies t = \sqrt{\frac{2\ell(1-\cos\theta)}{g}}$$

შესაბამისად ჰორიზონტალურ ღერძზე გავლილი მანძილი იქნება:

$$x = vt = \sqrt{g\ell\sin\theta\tan\theta}\sqrt{\frac{2\ell(1-\cos\theta)}{g}}$$
$$= \ell\sqrt{2\sin\theta\tan\theta(1-\cos\theta)}\,.$$

20)

ამოცანის პირველი მნიშვნელოვანი დეტალი, რომელიც უნდა აღინიშნოს არის ის, რომ ძაფის დაჭიმულობა შუა სხეულის ქვევით და ზევით განსხვავებული იქნება. ზოგადად ითვლება რომ ძაფის დაჭიმულობა ყველგან ერთნაირია, მაგრამ იმ შემთხვევაში თუ მისი მასა ნულის ტოლია. ამ შემთხვევაში ძაფზე მიწეპებულია სხეული, ამიტომ მის ორივე მხარეს დაჭიმულობები განსხვავებული იქნება (გარდა იმ შემთხვევისა თუ სხეული თავისუფალ ვარდნაშია). სურათზე მოყვანილია დაძის დაჭიმულობები ყველა ინ მონაკვეთში, სადაც იგი განსხვავებულია:



გადავნომროთ სხეულები მარცხნიდან მარჯვნივ და დავწეროთ ნიუტონის განტოლებები:

$$T_1 - mg = ma_1,$$
$$T_1 - T_2 - mg = ma_2,$$
$$2T_2 - mg = ma_3.$$

რადგანაც ძაფის სიგრძე მუდმივია $a_2 = -a_1$ და $a_3 = -a_1/2$. მაშინ ზედა განტოლებებიდან რჩება:

$$T_1 - mg = ma_1,$$
$$T_1 - T_2 - mg = m(-a_1),$$
$$2T_2 - mg = m(-a_1/2).$$

გვაქვს სამი განტოლება სამი უცნობით, რომლის ამოხსნის შედეგად ვიღებთ:

$$a_1 = 2g/9.$$

$$T_1 = 11mg/9$$

$$T_2 = 4mg/9.$$

შესაბამისად:

$$a_2 = -2g/9$$

$$a_3 = -g/9.$$